

В алгебре логики имеется ряд законов, позволяющих производить равносильные преобразования логических выражений. Приведем соотношения, отражающие эти законы.

1. Закон двойного отрицания:

$$A = \overline{\overline{A}}$$

Двойное отрицание исключает отрицание.

2. Закон исключенного третьего:

$$A \vee \overline{A} = 1.$$

Из двух противоречащих высказываний об одном и том же предмете одно всегда истинно, а второе — ложно, третьего не дано.

3. Закон тождества

$$A = A$$

4. Закон непротиворечия

$$A \wedge \overline{A} = 0$$

Свойства констант

$$\overline{0} = 1 \quad \overline{1} = 0$$

— для логического сложения:

$$A \vee 1 = 1, \quad A \vee 0 = A;$$

— для логического умножения:

$$A \& 1 = A, \quad A \& 0 = 0.$$

Законы идемпотентности (равносильности)

— для логического сложения:

$$A \vee A = A; \text{ (отсутствие коэффициентов)}$$

— для логического умножения:

$$A \& A = A. \text{ (отсутствие степеней)}$$

Переместительный (коммутативный) закон:

— для логического сложения:

$$A \vee B = B \vee A;$$

— для логического умножения:

$$A \& B = B \& A.$$

Результат операции над высказываниями не зависит от того, в каком порядке берутся эти высказывания.

В обычной алгебре $a + b = b + a$, $a \times b = b \times a$.

Сочетательный (ассоциативный) закон:

— для логического сложения:

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C);$$

— для логического умножения:

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C).$$

При одинаковых знаках скобки можно ставить произвольно или вообще опускать.

В обычной алгебре:

$$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c,$$

$$a \times (b \times c) = a \times (b \times c) = a \times b \times c.$$

Распределительный (дистрибутивный) закон:

— для логического сложения:

$$(A \vee B) \& C = (A \& C) \vee (B \& C); \text{ (конъюнкция относительно дизъюнкции)}$$

— для логического умножения:

$$(A \& B) \vee C = (A \vee C) \& (B \vee C). \text{ (дизъюнкция относительно конъюнкции)}$$

Определяет правило выноса общего высказывания за скобку.

В обычной алгебре:

$$(a + b) \times c = a \times c + b \times c.$$

Законы поглощения:

— для логического сложения:

$$A \vee (A \& B) = A;$$

— для логического умножения:

$$A \& (A \vee B) = A.$$

Законы общей инверсии (законы де Моргана):

— для логического сложения

$$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B} \quad ; \text{ (отрицание вариантов вместе)}$$

— для логического умножения:

$$\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B} \quad \text{(отрицание одновременной истинности)}$$

словесные формулировки законов де Моргана:

Отрицание $\frac{\text{дизъюнкции}}{\text{конъюнкции}}$ **есть** $\frac{\text{конъюнкция}}{\text{дизъюнкция}}$ **отрицаний.**